

## 3.1 Waveguides

### Advanced theory

Deze pagina [laag A](#) bevat basisinformatie over de voortplanting van elektromagnetische golven in een [golfgeleider](#). Op deze pagina (in laag B) vindt u een Nederlandse vertaling van dit artikel om zo de lezer vertrouwd te maken met termen in verband met elektromagnetische golven en transmissielijnen.

Verschillende soorten van transmissielijnen kennen we van uit het dagelijkse leven (coax kabel, enz.). Deze kunnen gebruikt worden voor [microgolf frequenties](#) in beperkte aantallen omwille van onaanvaardbare verliezen in de dielectricums van die lijnen. Dit is waarom [golfgeleiders](#) regelmatig gebruikt worden op hogere frequenties.

De [golfgeleider](#) bestaat meestal uit een metalen cylinder waarvan de afmetingen vergelijkbaar zijn met deze van de desbetreffende golflengte. De binnenkant van de golfgeleider is zo gemaakt dat de verliezen in het metaal tot een minimum worden herleid (de behuizing kan gezien worden als een perfecte geleider). Het profiel van de golfgeleider is meestal cirkelvormig of rechthoekig. In speciale gevallen maakt men gebruik van het  $\Pi$  of H profiel (fig. 3.1B.1); zulke golfgeleiders hebben een bredere bandbreedte maar kunnen minder vermogen uitzenden.

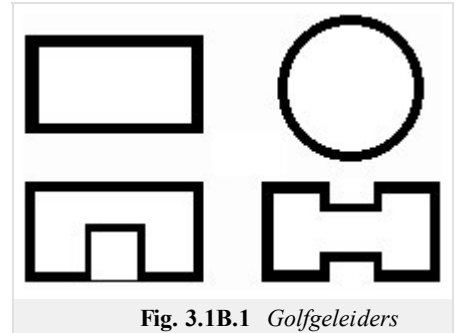


Fig. 3.1B.1 Golfgeleiders



Fig. 3.1B.2 Longitudinally homogenous waveguide.  $u, v$ : transversal directions,  $z$ : longitudinal direction.

[Golfgeleiders](#) worden meestal toegepast op gigahertz frequenties, omdat op lagere frequenties de afmetingen van de golfgeleider te groot worden. Golfgeleiders worden gebruikt in radars en sateliet communicatie systemen. Ze dienen hier voor energieverzending van de generator naar de antennen en omgekeerd.

Veronderstel een [longitudinale homogene](#) metalen golfgeleider van een willekeurig transversaal profiel (fig. 3.1B.2). Het resulterende elektromagnetische veld, welk geproduceerd is door een inwendige bron in de golfgeleider, is het doel van onze berekeningen.

Veronderstel dat onze berekeningen uitgevoerd zijn op lange afstand van de bron. Dan kunnen berekeningen gebaseerd worden op de [homogene golf regressievergelijking](#) voor de longitudinale component van de elektrische [Hertz vector](#)  $\Pi_z^e$  en de magnetische vector  $\Pi_z^m$ . Sinds het distributieveld in de longitudinale richting  $z$  niet meer afhankelijk is van het distributieveld in de

transversale richting  $u, v$ , beide Hertz vectors kunnen herschreven worden als het product van twee functies waarvan de eerste afhankelijk is van de transversale coördinaten  $u, v$ , en de tweede afhankelijk is van de longitudinale coördinaat  $z$ , vb.  $\Pi_z = T_1(u, v) \times T_2(z)$ . Wanneer we de scheidingsmethode van de variabelen toepassen, dan bekomen we een scheiding van de variabelen  $\Gamma$  en  $\gamma$ , welke zich onderling verhouden als

$$\gamma^2 + k^2 = \Gamma^2. \quad (3.1B.1)$$

In de bovenstaande vergelijking is  $\Gamma$  de constante die betrekking heeft op de veldistributie in transversale richtingen,  $\gamma$  betreft de golfverspreiding in de longitudinale richting en  $k$  is het golfnummer als men werkt in open lucht (vacuüm met permittiviteit  $\epsilon_0$  en permeabiliteit  $\mu_0$ )

$$k = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \quad (3.1B.2)$$

en  $\omega$  staat voor de hoeksnelheid.

De gedetailleerde wiskundige beschrijving van de bovenstaande benadering kan men vinden in [\[1\]](#).

Door het oplossen van de regressievergelijking van de golfverspreiding in de longitudinale richting in de golfgeleider bekomt men volgende vergelijking

$$T_2 = C_1 e^{\gamma z} + C_2 e^{-\gamma z} \quad (3.1B.3)$$

$C_1$  en  $C_2$  zijn constanten. De eerste term beschrijft de terugwaardse golf (ze verspreidt zich in de tegengestelde richting van de  $z$ -as), de tweede term heeft betrekking op de voorwaardse golf (deze verspreidt zich in de richting van de  $z$ -as). De opsplitsing van de constante  $\gamma$  noemt men de [verspreidings constante](#) en deze kan herschreven worden als

$$\gamma = \beta + j\alpha. \quad (3.1B.4)$$

Veronderstellen we (3.1B.3) dan verstaan we onder  $\beta$  de [verzwakkings constante](#) en onder  $\alpha$  de [fase constante](#).

Omdat we rekening moeten houden met  $k$  (er wordt een min of meer verliesvrij medium verondersteld in de golfgeleider) en met de constante  $\Gamma$  (dit zal later worden aangetoond) zal de verspreidings constante de volgende waardes aannemen:

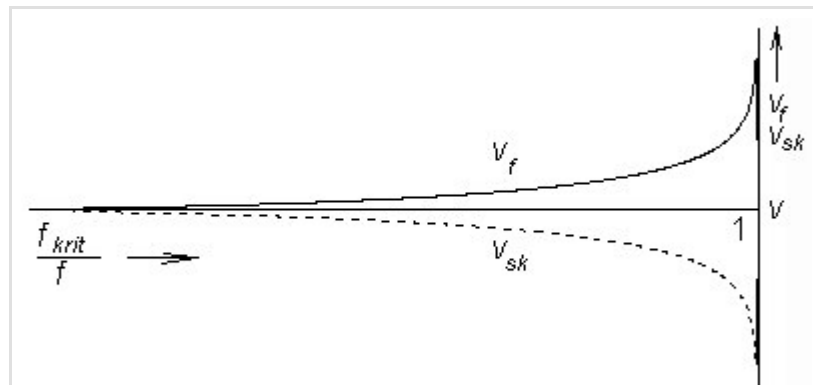
- $\gamma = \beta$  for  $k < \Gamma$  in longitudinale richting;

- $\gamma = \alpha$  for  $k > \Gamma$  in longitudinale richting, verliesvrije golfverspreiding;
- $\gamma = jk$  for  $\Gamma = 0$  de verspreidingsproporties worden niet beïnvloed door het transversale profiel.

Omdat het golfaantal recht evenredig is met de frequentie kunnen we hier een interessante conclusie maken: hoewel golven met een lagere frequentie

$$\omega_{krit} = \Gamma / \sqrt{\mu\epsilon} \quad (3.1B.5)$$

zich dan niet zullen verspreiden in de golfgeleiders, golven met een hogere frequentie dan  $\omega_{krit}$  zullen zich verspreiden zonder verlies. Deze frequentie (3.1B.5) noemt men de **kritische frequentie**.



**Fig. 3.1B.3** Dependency of the phase velocity and the group one on the frequency

Laten we ons verdiepen in het fenomeen dat zich voordoet bij frequenties hoger dan de kritische frequenties  $f > f_{krit}$ . Als we  $\gamma$  in de plaats stellen van  $\gamma = j\alpha$  to (3.1B.1), krijgen we

$$\alpha = \sqrt{k^2 - \Gamma^2} \quad (3.1B.6)$$

We bekommen de  $\Gamma$  door het omvormen van formule (3.1B.5) tot

$$\Gamma = \omega_{krit} \sqrt{\mu\epsilon}$$

en gebruiken we golfnummer  $k$  van (3.1B.2) dan krijgen we de vergelijking voor de **fase constante** in de longitudinale richting

$$\alpha = k \sqrt{1 - (f_{krit}/f)^2} \quad (3.1B.7)$$

Vervangen we de fase constante (3.1B.7) door de vergelijking van de **fase snelheid**

$$v_f = \omega / \alpha$$

dan krijgen we afhankelijk van de **fase snelheid** op de frequentie in de golfgeleider

$$v_f = \frac{v}{\sqrt{1 - (f_{krit}/f)^2}} \quad (3.1B.8)$$

In bovenstaande formule is  $v$  de fase snelheid van de golf in open lucht (vacuüm in ons geval)

$$v = 1 / \sqrt{\mu\epsilon}. \quad (3.1B.9)$$

Gebruiken we de gekende **fase snelheid**, dan staat de verhouding tussen de fasesnelheid en de golflengte

$$\lambda_g = v_f / f \quad (3.1B.10)$$

in de longitudinale richting in de golfgeleider hier onder beschreven

$$\lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (f_{krit}/f)^2}} \quad (3.1B.11)$$

Hier bedoelt men met  $\lambda$  de golflengte in open lucht.

Als we de snelheid van de energieverspreiding willen kennen, zullen we eerst de **groep snelheid** moeten berekenen. Als het product van de groep snelheid en de fase gelijk moet zijn aan het kwadraat van de snelheid van het licht, dan kunnen we de groep snelheid berekenen aan de hand van de volgende vergelijking:

$$v_{sk} = v \sqrt{1 - (f_{krit}/f)^2}, \quad (3.1B.12)$$

hier is  $v$  de **fase snelheid** in open lucht.

De bovenstaande berekeningen werden verricht voor de verspreiding van harmonische golven. Men spreekt van **spreiding** (fig. 3.1B.4) als iedere golf uit meerdere harmonische bestaat dan elke frequentie component verspreid én als het uitgangssignaal van het ingangssignaal (vervorming) verschilt.

Tot nu toe hebben we enkel geanalyseerd in de longitudinale richting. Deze resultaten hangen niet van de vorm van het transversale profiel af en zijn geldig voor elke **homogene golfgeleider**. In de transversale richtingen is de situatie totaal anders:

- In de transversale richting verspreidt de golf zich niet. De golf wordt gereflecteerd tegen de binnenkant van de golfgeleider, hierdoor ontstaan er staande golven.
- Omdat de reflecties afhangen van het profiel van de golfgeleider zal de analyse gedaan worden aan de respectievelijke vorm van het profiel. In onze beschrijving gaan we gebruik maken van een rechthoekige vorm.

De analyse is gedaan voor twee soorten golven, welke zich kunnen verspreiden in de golfgeleiders. Voor de transversale magnetische golf (TM, componenten van de magnetische intensiteitsvector zijn niet gelijk aan nul in de transversale richting), en voor de transversale elektrische golf (TE, componenten van de elektrische intensiteitsvector zijn niet gelijk aan nul in de transversale richtingen). Volgende [1], vergelijking voor kritische golf frequenties van beide types kunnen herschreven worden als:

$$\omega_{krit} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}. \quad (3.1B.13)$$

Hier zijn de permitiviteit en de permeabiliteit verwant aan het medium in de golfgeleider.  $a$  staat hier voor de breedte en  $b$  voor de hoogte. De integrale coëfficiënten  $m$  en  $n$  worden de **mode nummers** genoemd. Door het verhogen van de mode nummers zal ook de **kritische frequentie** verhogen (hoge modes komen voor bij hogere frequenties).

Veronderstel dat een voedende generator is afgesteld van lage naar hoge frequenties. Als de **kritische frequentie** van de laagste **mode** bereikt wordt, dan zal één enkele golf zich voortbewegen in de golfgeleider. Als de kritische frequentie van de tweede mode bereikt wordt zullen er zich twee golven (elk van een verschillende mode) verspreiden in de golfgeleider. Deze golven kunnen in elkaar overlopen wat tot vele problemen kan leiden. Daarom functioneren golfgeleiders meestal in de **single-mode band**. De ondergrens van deze band wordt gegeven door de kritische frequentie van de laagste mode, de bovengrens is gelijk aan de kritische frequentie van de tweede mode. De mode van de laagste kritische frequentie noemt men de **dominante mode**.

Laten we ons nu verdiepen in de veldverdeling van de dominante mode TE<sub>10</sub> op het moment  $t = t_0$  (zie animatie).

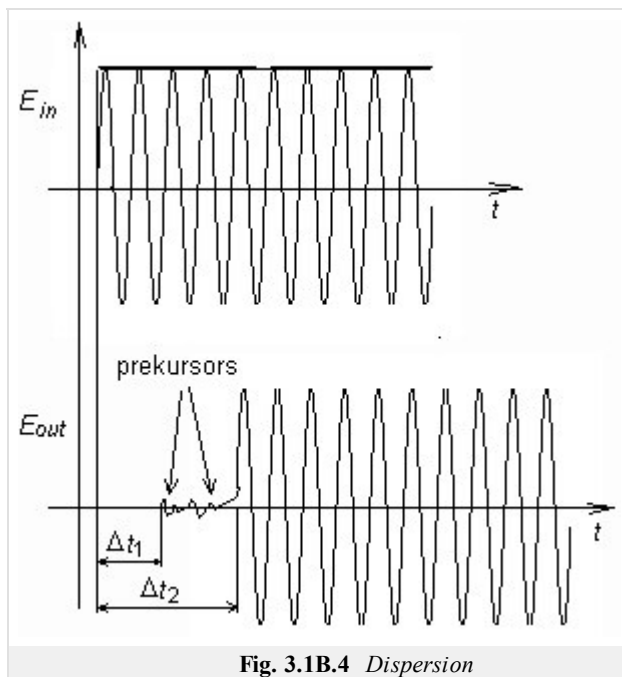


Fig. 3.1B.4 Dispersion

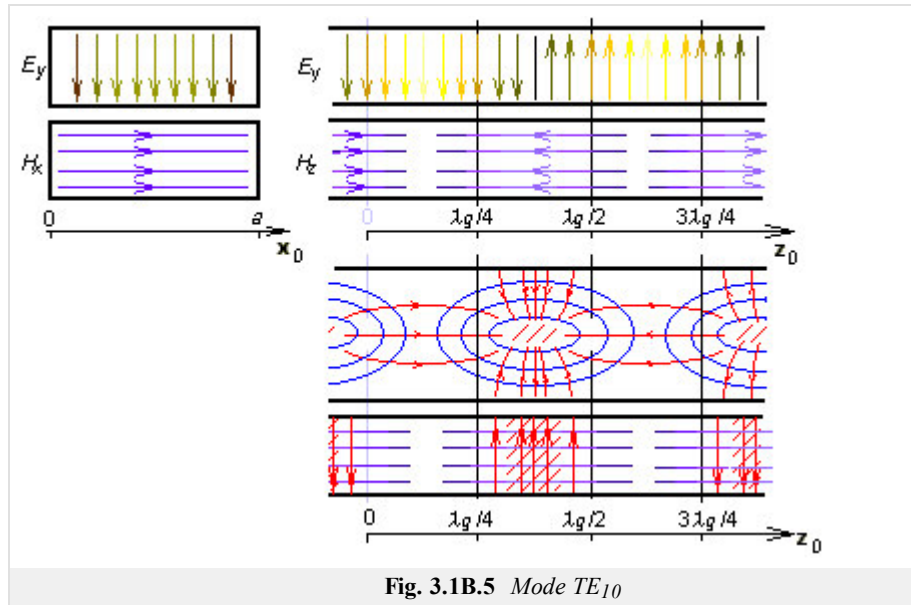


Fig. 3.1B.5 Mode  $TE_{10}$

Snijden we de [golfgeleider](#) af door een longitudinale wand die loodrecht op de lange zijde staat, dan kunnen we een harmonische voortgang van de transversale component van de elektrische intensiteit  $E_y$  observeren. Maximale intensiteit in de figuur bevindt zich op de coördinaten  $z = \lambda_g/4$  en  $z = 3\lambda_g/4$  (dit bij omgekeerde fase). In  $z = 0$  en  $z = \lambda_g/2$  is de elektrische intensiteit nul. In de punten met maximale  $E_y$ , is de longitudinale component van de magnetische intensiteit  $H_z$  gelijk aan nul en de transversale component van de magnetische intensiteit  $H_x$  maximaal. In de transversale snijding in  $z = \lambda_g/4$  is  $E_y$  maximaal in het centrum van de golfgeleider en nul aan de wonden. De transversale component van de magnetische intensiteit  $H_x$  is constant in  $z = \lambda_g/4$ .

Als de snijdingswand loodrecht op de korte zijde staat zijn de magnetische intensiteiten elipsvormig (zoals een draad zich voortbeweegt op het ritme van een golf). In het geval van de golfgeleider waar een stroom vloeit van de onderste wand naar de bovenliggende wand waarop het vacuüm een magnetisch veld produceert. Als de stroom de wand bereikt vloeit deze in de vorm van een leidende stroom weg van de wand.

Uiteindelijk kunnen we stellen dat het transversale elektromagnetische veld zo verdeeld is dat de [grensvoorwaarden](#) gelijk zijn aan een perfecte elektrische geleiding van de behuizing. Deze stelling is weergegeven door het matlab programma voor de analyse van het elektromagnetische veld in de rechthoekige golfgeleider door de finite-element methode. Een handleiding van het programma kun je vinden in [laag C](#). Een introductie van de [finite-element methode](#) en een beschrijving van de software implementaties zijn gegeven in [laag D](#).