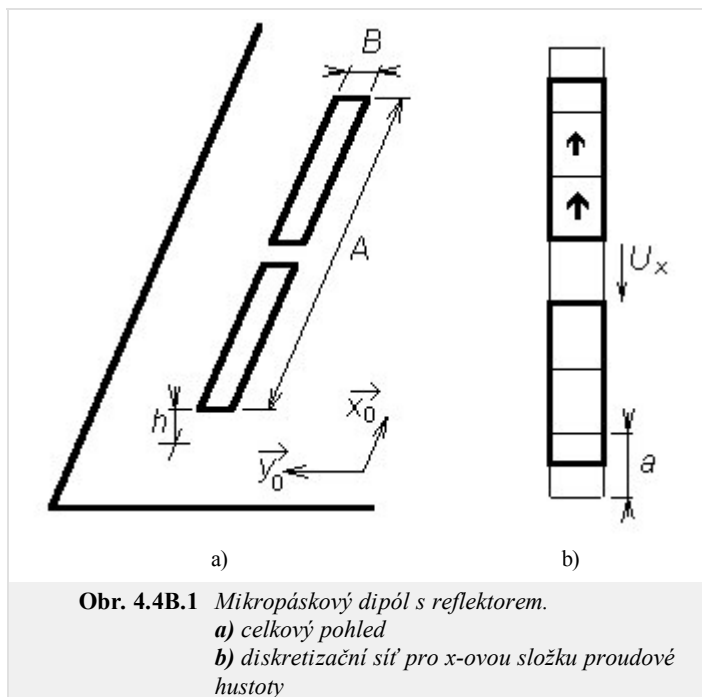


4.4 Mikropáskový dipól

Podrobnější popis

Termínem **mikropáskový dipól** budeme označovat anténu, která sestává ze dvou úzkých mikropáskových ramen, napájených uprostřed symetrickým zdrojem. Anténa je umístěna na lícni straně dielektrického substrátu. Dolní strana substrátu je zcela pokryta a má nulový potenciál (obr. 4.4B.1).

Působení proudů tekoucích anténou můžeme popsat pomocí **vektorového potenciálu**



Obr. 4.4B.1 Mikropáskový dipól s reflektorem.
a) celkový pohled
b) diskretizační síť pro x -ovou složku proudové hustoty

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \iint_S \{G_A(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0) \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}_0)\} dS_0. \quad (4.4B.1a)$$

Působení nábojů na anténě popíšeme pomocí **potenciálu skalárního**

$$V(\mathbf{r}) = \iint_S \{G_V(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0)\rho(\mathbf{r}_0)\} dS_0. \quad (4.4B.1b)$$

V uvedených vztazích značí $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ vektorový potenciál v bodě \mathbf{r} , \mathbf{J} je vektor proudové hustoty v bodě \mathbf{r}_0 , G_A je **dyadická Greenova funkce** a G_V **Greenova funkce skalární** (více viz **vrstva D**). Argumentem Greenových funkcí $\mathbf{r}|\mathbf{r}_0$ naznačujeme, že právě počítáme příspěvek proudu (náboje) v bodě \mathbf{r}_0 k potenciálům v bodě \mathbf{r} . Symbol ρ označuje nábojovou hustotu.

Proudová a nábojová hustota na dipólu jsou vzájemně svázány **rovnici kontinuity**

$$-j\omega\rho = \nabla \cdot \mathbf{J}. \quad (4.4B.1c)$$

Máme-li vyjádřen jak vektorový tak skalární potenciál na ploše **mikropáskového dipólu**, můžeme vypočítat elektrickou intenzitu vlny, která je anténou vyzařována

$$\mathbf{E}^S = -j\omega \mathbf{A} - \nabla V. \quad (4.4B.1d)$$

Aplikací (4.4B.1) na **mikropáskový dipól** z obr. 4.4B.1 a dosazením z **rovnice kontinuity** do (4.4B.1b) dojdeme ke vztahům

$$A_x(x_m, y_n) = \iint_S \{G_A^{xx}(x_m, y_n|x', y')J_x(x', y')\} dx' dy', \quad (4.4B.2a)$$

$$V(x_m, y_n) = -\frac{1}{j\omega} \iint_S \{G_V(x_m, y_n|x', y')\rho(x', y')\} dx' dy', \quad (4.4B.2b)$$

$$E_x^S(x_m, y_n) = -j\omega A_x(x_m, y_n) - \frac{\partial V(x_m, y_n)}{\partial x}. \quad (4.4B.2c)$$

V uvedených vztazích značí A_x x -ovou složku **vektorového potenciálu** a V je **potenciál skalární**, G_A^{xx} značí x -ový diagonální prvek **dyadické Greenovy funkce** a G_V je **Greenova funkce skalární**, J_x je x -ová složka hledaného vektoru **proudové distribuce** a E_x je x -ová složka vektoru intenzity vyzařovaného elektrického pole. Podrobnosti čtenář nalezne ve **vrstvě A**.

Dosazením vektorového potenciál (4.4B.2a) a skalárního potenciálu (4.4B.2b) do vztahu (4.4B.2c) dostáváme výchozí rovnici pro momentovou analýzu dipólu

$$E_x^S(x_m, y_n) = -j\omega \iint_S \{G_A^{xx}(x_m, y_n|x', y')J_x(x', y')\} dx' dy' + \frac{1}{j\omega} \iint_S \frac{\partial}{\partial x} \left\{ G_V(x_m, y_n|x', y') \left[\frac{\partial J_x(x', y')}{\partial x} \right] \right\} dx' dy'. \quad (4.4B.3)$$

Velikost elektrické intenzity na ploše **mikropáskového dipólu** jsme schopni určit za předpokladu jeho dokonalé vodivosti z **okrajové podmínky** (vyjma napájecí štěrbiny musí být nulová). Jedinou neznámou ve vztahu (4.4B.3) je tudíž x -ová složka vektoru proudové hustoty J_x .

V prvním kroku rozdělíme plochu dipólu na diskretizační buňky. Střed prvního diskretizačního prvku bude mít kótu **1**, střed druhého prvku bude popsán kótou **2**, atd. Horní hranici diskretizačního prvku označíme kótou se stejným číslem jako je kóta středu, avšak přidáme k tomuto číslu horní index "+" (plus). I dolní hranice diskretizačního prvku bude mít stejnou kótu jakou má střed, ale doplněna bude horním indexem "-" (mínus), viz obr. **4.4B.1**.

Dále se domluvíme na tom, k čemu budeme jednotlivé různé body v diskretizační síti používat. Ve středech buněk budeme počítat velikost x -ové složky vektoru elektrické intenzity. Jelikož ve výpočtu příspěvků proudů k velikosti elektrické intenzity prostřednictvím složek **vektorového potenciálu** nevystupují žádné derivace (viz vztahy 4.4B.2), bude složka vektorového potenciálu počítána ve středech buněk.

Naproti tomu při výpočtu příspěvků nábojů k elektrické intenzitě prostřednictvím **skalárních potenciálů** dvakrát derivujeme podle x , přičemž derivace v numerickém výpočtu nahrazujeme středovými diferencemi. Hodnoty skalárního potenciálu V , jehož derivováním počítáme příspěvky nábojů k elektrické intenzitě vyzařované vlny, tedy budeme muset znát na hranách diskretizačních buněk, aby výsledek středového diferencování ležel uprostřed diskretizační buňky. Ze vztahu pro výpočet skalárního potenciálu z nábojové hustoty pak ale vyplývá, že i hodnoty nábojové hustoty musíme znát na hranách diskretizačních buněk. Hodnoty nábojové hustoty budeme počítat z **rovnice kontinuity** derivováním složek proudové hustoty, přičemž derivace budou opět nahrazeny středovými diferencemi. Abychom dostali hodnoty nábojové hustoty na hranách diskretizačních buněk, musíme je počítat diferencováním složek proudové hustoty ve středech těchto buněk. Toto zjištění je pro nás velmi příjemné, neboť (jak jsme uvedli výše) platnost hodnot složek proudové hustoty jsme již dříve uvažovali právě v těchto bodech.

Závěrem tedy můžeme shrnout, že hodnoty složek vektoru proudové hustoty musejí být počítány ve středech diskretizačních buněk a hodnoty hustoty nábojové na jejich hranách. Proto i hodnoty složek **vektorového potenciálu** a hodnoty složek vektoru elektrické intenzity musejí platit pro středy diskretizačních buněk a hodnoty **potenciálu skalárního** pro hrany buněk.

Dalším krokem je dosažení **po částech konstantní aproximace** rozložení proudů do výchozích vztahů a náhrada všech parciálních derivací středovými diferencemi. Nejprve se přitom zaměříme na **rovnici kontinuity**, z níž vyjádříme nábojovou hustotu na horním a na dolním okraji diskretizační buňky

$$\rho(m_x^+, n_x) = \frac{-1}{j\omega} \frac{J_x(m_x+1, n_x) - J_x(m_x, n_x)}{a}, \quad (4.4B.4a)$$

$$\rho(m_x^-, n_x) = \frac{-1}{j\omega} \frac{J_x(m_x, n_x) - J_x(m_x-1, n_x)}{a}. \quad (4.4B.4b)$$

Symbol a značí výšku diskretizační buňky (viz obr. **4.4B.1**), $J_x(m_x, n_x)$ odpovídá konstantní hodnotě x -ové složky vektoru proudové hustoty na ploše buňky s kótou středu (m_x, n_x) a symbol ω je úhlový kmitočet.

Na základě vztahů (4.4B.4a) a (4.4B.4b) budeme počítat příspěvek nábojů, reprezentovaných nábojovou hustotou ρ , k x -ové složce vektoru elektrické intenzity. Z hodnot nábojové hustoty na horním okraji diskretizačního prvku $\rho(m_x^+, n_x)$ a na okraji dolním $\rho(m_x^-, n_x)$ můžeme totiž vypočítat hodnoty **skalárního potenciálu** na těchto okrajích, a dále, náhradou parciální derivace skalárního potenciálu podle x středovou diferencí dostaneme příspěvek nábojů k x -ové složce vektoru elektrické intenzity.

Nyní tedy známe hodnoty nábojových hustot na okrajích diskretizačních buněk. V dalším budeme ovšem předpokládat, že tyto hodnoty platí nejen na zmíněných okrajích, ale že jsou platné na celých plochách **nábojových buněk**, které mají stejný rozměr jako diskretizační buňky, avšak jsou posunuty tak, aby byly okraji diskretizačních buněk půlny (viz obr. **4.4B.1**). Pak můžeme nábojové hustoty popsat následujícími **po částech konstantními funkcemi**

$$\rho(x, y) = \rho(x_m^+, y_n) \Pi(x_m^+, y_n | x, y) \quad x \in (x_m, x_{m+1}), y \in (y_n^-, y_n^+), \quad (4.4B.5a)$$

$$\rho(x, y) = \rho(x_m^-, y_n) \Pi(x_m^-, y_n | x, y) \quad x \in (x_{m-1}, x_m), y \in (y_n^-, y_n^+). \quad (4.4B.5b)$$

V těchto vztazích značí $\Pi(x_m^\pm, y_n | x, y)$ funkci, která nabývá jednotkové hodnoty na obdélníkové oblasti se středem v bodě (x_m^\pm, y_n) , se šířkou a a s výškou B (obdobně tomu je pro body (x_m^-, y_n)). Hodnoty nábojové hustoty $\rho(x_m^+, y_n)$ a $\rho(x_m^-, y_n)$ uprostřed této obdélníkové oblasti jsou přitom dány vztahy (4.4B.5).

Pokud známe rozložení nábojové hustoty na **mikropáskovém dipólu**, můžeme z tohoto rozložení dosazením do vztahu

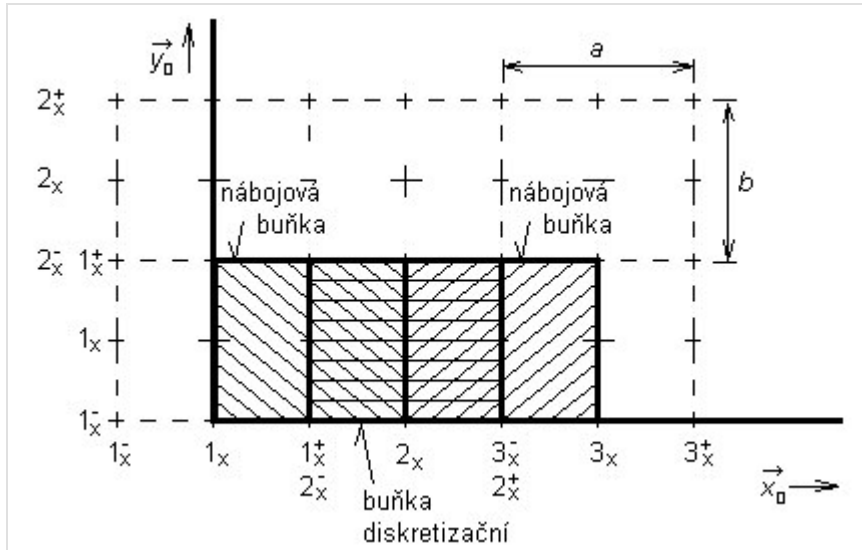
$$V(x, y) = -\frac{1}{j\omega} \iint_S \{G_V(x, y | x', y') \rho(x', y')\} dx' dy'$$

vypočítat hodnoty skalárního potenciálu na příslušných nábojových buňkách. Pro nábojovou buňku, která je půlna horním okrajem buňky (m_x, n_x) , tak dostáváme vztah

$$V(m_x^+, n_x) = -\frac{1}{j\omega} \iint_S \left\{ G_V(m_x^+, n_x | x', y') \sum_{p,q} [\rho(p_x^+, q_x) \Pi(p_x^+, q_x | x', y')] \right\} dx' dy' = \quad (4.4B.6)$$

$$= -\frac{1}{j\omega} \sum_{p,q} \left\{ \rho(p_x^+, q_x) \int_{-B/2}^{+B/2} \int_{-a/2}^{+a/2} G_V(m_x^+ - p_x^+, n_x - q_x | x', y') dx' dy' \right\}$$

a obdobně pro $V(m_x^-, n_x)$.



Obr. 4.4B.2 Obor platnosti hodnoty nábojové hustoty $\rho(2_x^+, 1_x)$ a tedy i obor platnosti skalárního potenciálu $V(2_x^+, 1_x)$. Obor platnosti příspěvků těchto skalárních potenciálů k velikosti elektrické intenzity vlny, vyzařované anténou

Dříve, než půjdeme dále, zastavme se ještě na chvíli u vztahu (4.4B.6). Při jeho úpravě jsme zaměnili pořadí integrování a sčítání a integrál součinu jednotkového skoku Π se **skalární Greenovou funkcí** G_V přes celý dipól jsme nahradili integrálem samotné skalární Greenovy funkce G_V po ploše té **nábojové buňky**, na níž je funkce Π nenulová.

Co se týká indexování, indexy (m, n) určují pozici **cílové buňky**, pro jejíž plochu počítáme hodnotu skalárního potenciálu, a indexy (p, q) specifikují pozici **zdrojové buňky**, jejíž náboje ke skalárnímu potenciálu buňky (m, n) přispívají.

Jedinou spojitou funkcí v (4.4B.6) je **skalární Greenova funkce** G_V , a proto pouze u této funkce musíme vyčíslit určitý integrál. Při vyčíslování tohoto integrálu pro různé vzdálenosti zdrojové buňky od buňky cílové přitom postupujeme tak, že pouze měníme pozici cílové buňky a zdrojovou buňku máme stále umístěnu v počátku; proto jsou integrační meze ve všech případech stejné (od $-a/2$ do $+a/2$ pro souřadnici x' a od $-B/2$ do $+B/2$ pro souřadnici y').

V tuto chvíli jsme tedy v situaci, že známe konstantní hodnoty skalárního potenciálu na plochách všech **nábojových buněk**. Proto můžeme postupovat dále tak, že středovým diferencováním těchto hodnot vypočteme příspěvky nábojů, reprezentovaných **skalárním potenciálem**, k hodnotám x -ové složky vektoru elektrické intenzity

$$V_{E_x^S}(m_x, n_x) = -\frac{\partial V}{\partial x} \cong -\frac{V(m_x^+, n_x) - V(m_x^-, n_x)}{a}. \quad (4.4B.7)$$

Zde a značí výšku buňky, B je šířka buňky a hodnoty skalárního potenciálu V na plochách nábojových buněk jsou dány vztahem (4.4B.6).

Jak jsme se zmínili již dříve, našim cílem je vyjádřit aproximaci elektrické intenzity vyzařované vlny na ploše dipólu jako funkci proudové hustoty na tomto dipólu. Proto musíme v prvním kroku za hodnoty **skalárního potenciálu** na okrajích buněk V dosadit z (4.4B.6), čímž se (4.4B.7) stane funkcí nábojové hustoty ρ na okrajích buněk

$$V_{E_x^S}(m_x, n_x) = \frac{1}{j\omega a} \left\{ \sum_{p,q} [\rho(p_x^+, q_x) G_V(m_x^+ - p_x^+, n_x - q_x)] - \sum_{p,q} [\rho(p_x^-, q_x) G_V(m_x^- - p_x^-, n_x - q_x)] \right\}. \quad (4.4B.8)$$

Ve výše uvedeném vztahu značí a výšku diskretizační buňky a B její šířku. Úhlový kmitočet ω odpovídá frekvenci, na níž anténu analyzujeme. Symbol $V_{E_x^S}$ značí příspěvek **skalárního potenciálu** V k velikosti x -ové složky vektoru elektrické intenzity vyzařované vlny. A konečně G_V reprezentuje integrál **skalární Greenovy funkce** G_V na ploše buňky

$$\Gamma_V(m-p, n-q) = \int_{-B/2}^{+B/2} \int_{-a/2}^{+a/2} G_V(m-p, n-q|x', y') dx' dy'. \quad (4.4B.9)$$

V dalším kroku na naší cestě k vyjádření elektrické intenzity jako funkce proudové hustoty musíme do vztahu (4.4B.9) dosadit hodnoty nábojových hustot ze vztahů (4.4B.5)

$$\begin{aligned} {}^V E_x^S(m_x, n_x) = & + \frac{1}{\omega^2 a^2} \sum_{p,q} \{ [J_x(p_x + 1, q_x) - J_x(p_x, q_x)] \Gamma_V(m_x^+ - p_x^+, n_x - q_x) \} - \\ & - \frac{1}{\omega^2 a^2} \sum_{p,q} \{ [J_x(p_x, q_x) - J_x(p_x - 1, q_x)] \Gamma_V(m_x^- - p_x^-, n_x - q_x) \}. \end{aligned} \quad (4.4B.10)$$

Vztah vyjadřuje příspěvek nábojů ke složce vektoru elektrické intenzity pomocí neznámých hodnot složky vektoru proudové hustoty J_x a pomocí známých koeficientů Γ_V , daných vztahem (4.4B.9). Z hlediska **skalárních potenciálů** jsme tedy dospěli k cíli, a proto se nyní věnujme **potenciálu vektorovému**.

Abychom mohli vyčíslit příspěvky proudu k hodnotám elektrické intenzity, musíme vypočítat **vektorový potenciál** dosazením po částech konstantní aproximace proudové hustoty do vztahu (4.4B.2a)

$$\begin{aligned} A_x(m_x, n_x) = & \iint_S \left\{ G_A^{xx}(m_x, n_x|x', y') \sum_{p,q} [J_x(p_x, q_x) \Pi(p_x, q_x|x', y')] \right\} dx' dy' \\ = & \sum_{p,q} \left\{ J_x(p_x, q_x) \int_{-B/2}^{+B/2} \int_{-a/2}^{+a/2} G_A^{xx}(m_x - p_x, n_x - q_x|x', y') dx' dy' \right\} \\ = & \sum_{p,q} \{ J_x(p_x, q_x) \Gamma_A^{xx}(m_x - p_x, n_x - q_x) \} \end{aligned} \quad (4.4B.11)$$

Ve výše uvedeném vztahu značí

$$\Gamma_A^{xx}(m-p, n-q) = \int_{-B/2}^{+B/2} \int_{-a/2}^{+a/2} G_A^{xx}(m-p, n-q|x', y') dx' dy'. \quad (4.4B.12)$$

Dále, a je výška diskretizační buňky a B je její šířka. G_A^{xx} značí x -ovou diagonální složku **dyadické Greenovy funkce**. Funkce $\Pi(p_x, q_x|x', y')$ nabývá jednotkové hodnoty na buňce se středem v bodě (p_x, q_x) a na ostatních buňkách je nulová. Hodnoty J_x reprezentují po částech konstantní proudové hustoty v síti buněk (p_x, q_x) .

V právě uvedeném odvození jsme opět přehodili pořadí integrace a sčítání a integrál přes celou plochu dipólu S jsme nahradili integrálem přes plochu jediné buňky (protože v důsledku násobení funkcí Π je hodnota integrandu nenulová pouze na jediné diskretizační buňce).

Konečně, dosazením **vektorového potenciálu** do vztahů (4.4B.3) a náhradou derivací **skalárního potenciálu** v těchto vztazích příspěvků (4.4B.10) dostáváme finální rovnici

$$\begin{aligned} E_x^S(m_x, n_x) = & -j\omega \sum_{p,q} \{ J_x(p_x, q_x) \Gamma_A^{xx}(m_x - p_x, n_x - q_x) \} + \\ & + \frac{1}{\omega^2 a^2} \sum_{p,q} \{ [J_x(p_x + 1, q_x) - J_x(p_x, q_x)] \Gamma_V(m_x^+ - p_x^+, n_x - q_x) \} - \\ & - \frac{1}{\omega^2 a^2} \sum_{p,q} \{ [J_x(p_x, q_x) - J_x(p_x - 1, q_x)] \Gamma_V(m_x^- - p_x^-, n_x - q_x) \}. \end{aligned} \quad (4.4B.13)$$

Získaná rovnice (4.4B.13) je bohužel dosti nepřehledná. Abychom tuto nectnost odstranili, přepíšeme ji do maticové formy

$$\mathbf{U}_x = \mathbf{Z}_{xx} \mathbf{I}_x. \quad (4.4B.14)$$

V této rovnici značí \mathbf{U}_x sloupcový vektor napětí ve směru x na buňkách. Tato napětí vypočteme tak, že x -ovou složku vektoru elektrické intenzity násobíme x -ovým rozměrem diskretizační buňky

$$U_x(m, n) = E_x(m, n)a. \quad (4.4B.15)$$

Symbol a značí výšku diskretizační buňky (tedy rozměr buňky ve směru x).

Jelikož předpokládáme, že náš **mikropáskový dipól** je vyroben z dokonale elektricky vodivého materiálu, bude napěťový vektor sestávat (vyjma budících buněk) ze samých nul.

Dále, \mathbf{I}_x je sloupcový vektor neznámých proudů ve směru x . Prvky vektoru \mathbf{I}_x jsou se složkou vektoru proudové hustoty J_x svázaný vztahem

$$I_x(m, n) = J_x(m, n)B \quad (4.4B.16)$$

(B je šířka dipólu, a tedy i diskretizační buňky). Impedanční matice \mathbf{Z}_{xx} popisuje příspěvky proudů \mathbf{I}_x a příspěvky nábojových hustot ρ k napětím U_x na buňkách. Jednotlivé prvky impedanční matice \mathbf{Z}_{xx} získáme srovnáním vztahů (4.4B.13) až (4.4B.16)

$$Z_{xx}(m, n) = \frac{j\omega a}{B} \Gamma_A^{xx}(m, n) + \frac{1}{j\omega a B} [\Gamma_V(m^+, n^+) - \Gamma_V(m^-, n^+) - \Gamma_V(m^+, n^-) + \Gamma_V(m^-, n^-)]. \quad (4.4B.17)$$

K vyčíslení impedanční matice \mathbf{Z}_{xx} potřebujeme znát hodnoty integrálů Greenových funkcí přes plochu diskretizační buňky pro různé vzdálenosti mezi buňkou zdrojovou a buňkou cílovou. Popis numerického výpočtu těchto integrálů v Matlabu popisujeme ve [vrstvě D](#).

Hotový matlabovský program, který pomocí popsané metody analyzuje [mikropáskový dipól](#), popisujeme z uživatelského hlediska ve [vrstvě C](#).