7.1 Gaussův vlnový svazek

Základní teorie

Při zkoumaní změn parametrů koherentního optického svazku při průchodu optickou trasou budeme předpokládat nejjednodušší laserový svazek vidu TEM_{00}. Svazek vystupující ze zdroje bude *rovnoběžný* s optickou osou (jeho rovinná vln oplocha bude kolmá na směr šíření). I když svazek nebude modulovaný, rozložení intenzity pole v příčném průřezu svazku nebude obecně konstantní.

Vlny, jejichž normály vlnoploch svírají s optickou osou (osou z) malý úhel, se nazývají paraxiálními vlnami. Tyto vlny musejí splňovat rovnici

$$\nabla_T^2 A - j2k \frac{\partial A}{\partial z} = 0, \qquad (7.1A.1)$$

kde

$$\nabla_T^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

je příčná část Laplaceova operátoru, z je souřadnice podélné osy, k značí vlnové číslo a A je intenzita vlnění.

Jedním z řešení rovnice (7.1A.1) je Gaussův vlnový svazek. Výkon Gaussova svazku je soustředěn do úzkého kužele. Rozložení intenzity v libovolné příčné rovině je dáno kruhově symetrickou Gaussovou funkcí, přičemž osa symetrie je totožná s optickou osou. Šířka Gaussova svazku je minimální v tzv. krčku (v tomto místě má vlna rovinnou vlnoplochu) a od krčku se postupně zvětšuje na obě strany (vlnoplochy se postupně zakřivují, ve velké vzdálenosti jsou téměř kulové).

Jak již bylo řečeno, příčné rozložení elektrické intenzity základního vidu TEM_{00} je popsáno Gaussovou funkcí (nejvyšší intenzita je na ose svazku a zmenšuje se k okraji):

$$E(x, y) = E_{max} \exp\left(-\frac{\rho^2}{a_0^2}\right) = E_{max} \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{a_0^2}\right), \qquad (7.1A.2)$$

kde ρ značí radiální vzdálenost bodu (x, y) od osy svazku a a_0 je tzv. poloměr svazku (radiální vzdálenost od osy svazku, v níž poklesne intenzita pole na hodnotu E_{max}/e; $e = 2.718...$.

Komplexní amplituda

Uvažujme paraxiální rovinnou vlnu $\exp(-jkz)$, kde $k = 2\pi/\lambda$ je vlnové číslo, λ značí vlnovou délkou a z je souřadnice optické osy. Nechť je vlna modulována obálkou $A(r, z)$, která se ve směru optické osy z mění relativně pomalu. Tedy pro komplexní amplitudu platí

$$U(r) = A(r, z)\exp(-jkz). \qquad (7.1A.3)$$

O obálce předpokládáme, že při změně vzdálenosti o $\Delta z = \lambda$ zůstává přibližně konstantní. Jedná se tedy lokálně o rovinnou vlnu, jejíž normály k vlnoploše tvoří paraxiální paprsky. Po úpravách dostáváme definici komplexní obálky Gaussova svazku v tomto tvaru:

$$A(r, z) = \frac{A_1}{q(z)} \exp\left[-jk\frac{\rho(r)^2}{2q(z)}\right], \quad q(z) = z + jz_0, \quad \rho^2 = x^2 + y^2, \qquad (7.1A.4)$$

kde z_0 je tzv. Rayleighova vzdálenost.

Pro oddělení amplitudy a fáze komplexní obálky rozepíšeme funkci $1/q(z)$ na její reálnou část $R(z)$ a část imaginární, reprezentovanou funkcí $W(z)$. Tedy

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - j\frac{1}{\pi W^2(z)}. \qquad (7.1A.5)$$

Funkce $R(z)$ popisuje pološířku Gaussova svazku a $W(z)$ je poloměr křivosti vlnoplochy svazku.

Pro parametry svazku tedy lze dále definovat:

$$W(z) = W_0\sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2}, \qquad (7.1A.6)$$

$$R(z) = z\left[1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2\right], \qquad (7.1A.7)$$

$$W_0 = \sqrt{\frac{\lambda z_0}{\pi}}. \qquad (7.1A.8)$$

Vlastnosti Gaussova svazku

Gaussův vlnový svazek je jednoznačně popsán následujícími parametry:

- Intenzita záření
- Výkon svazku
- Poloměr svazku

S uvedenými parametry se nyní podrobněji seznamme.

Intenzita záření

Intenzita záření je funkcí axiální vzdálenosti z a radiální vzdálenosti $\rho = (x^2 + y^2)^{1/2}$,

$$I(\rho, z) = I_0 \left[\frac{W_0}{W(z)}\right]^2 \exp\left[-\frac{2\rho^2}{W^2(z)}\right]. \qquad (7.1A.9)$$

Na ose svazku ($\rho = 0$) má intenzita pro $z = 0$ svou maximální hodnotu I_0 a s rostoucím z spojitě klesá, přičemž pro $z = \pm z_0$ dosahuje poloviny maximální hodnoty I_0.

Výkon svazku

Celkový výkon přenášený svazkem je dán integrálem ze součinu intenzity svazku a plochy jeho příčného průřezu

$$P = \int_0^\infty I(\rho, z) 2\pi\rho d\rho. \qquad (7.1A.10)$$

Na ose svazku tedy platí

$$P = \frac{1}{2} I(0,z)\pi[W(z)]^2. \qquad (7.1A.11)$$

Uvnitř kružnice o poloměru $\rho_0 = W(z)$ je přenášeno přibližně 86% celkového výkonu. Kruhem o poloměru 1.5 $W(z)$ se šíří asi 99 % výkonu.

Protože se gaussovské svazky často charakterizují přenášeným výkonem P je vhodné vyjádřit I jako funkci P.

$$I(\rho, z) = \frac{2P}{\pi W^2(z)} \exp\left[-\frac{2\rho^2}{W^2(z)}\right]. \qquad (7.1A.12)$$

Poloměr svazku

V každém příčném průřezu dosahuje intenzita největší hodnoty na optické ose (z). A protože se většina výkonu šíří v oblasti o poloměru $W(z)$, bereme $W(z)$ jako poloměr svazku (též se setkáme s termíny pološířka nebo šířka svazku). Závislost poloměru svazku na podélné souřadnici z je dána vztahem

$$W(z) = W_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2}. \qquad (7.1A.13)$$

V rovině z = 0 nabývá minimální hodnoty W_0. Toto místo se nazývá místem maximálního zúžení středem svazku.

Další informace může čtenář nalézt v **[16]**.